ممان اینرسی مؤثر تیرهای مسلح شده با میلگردهای FRP *

سید روح ا... موسوی[۱] محمدرضا اصفهانی[۲] مهراله رخشانی مهر[۳]

چکیده تیرهای مسلح‌شده با میلگردهای پلیمری الیافی GFRP به‌دلیل مدول الاستیسیته کم این میلگردها، دارای خیز و عرض ترک‌های بیش‌تری در مقایسه با تیرهای بتن مسلح فولادی می‌باشند. تحقیقات زیادی نشان می‌دهند که آیین‌نامه‌ی ACI 318 نمی‌تواند خیز تیرهای مسلح‌شده با میلگردهای FRP را بر اساس ممان اینرسی مؤثر، به‌درستی تخمین بزند. هدف از این مقاله ارائه‌ی روابطی جدید برای ممان اینرسی مؤثر این تیرها بر مبنای داده‌های آزمایشگاهی و الگوریتم ژنتیک می‌باشد. این روابط به‌گونه‌ای تخمین زده می‌شوند که تفاوت بین نتایج به‌دست آمده از مدل‌های پیشنهادی و داده‌های آزمایشگاهی توسط الگوریتم ژنتیک کمینه شود. برای این منظور از ۵۵ نمونه‌ی آزمایش‌شده در پژوهش‌های دیگران استفاده شده است. هم‌چنین ۹ نمونه‌ی آزمایشگاهی تیرهای مسلح‌شده با میلگردهای GFRP ساخته‌شده است. در نمونه‌های ساخته شده، مقاومت بتن و نسبت آرماتور به‌عنوان متغیر درنظر گرفته شده‌اند. در این تحقیق، اثر پارامترهای مدول الاستیسیته میلگردهای FRP، نسبت آرماتور و سطح بارگذاری در روابط ممان اینرسی مؤثر وارد می‌شوند. سپس، خیز حاصل از مدل‌های پیشنهادی با خیز تجربی و مقادیر به‌دست‌آمده از روابط آیین‌نامه‌ای و مدل‌های سایر پژوهش گران مقایسه می‌گردد. نتایج نشان می‌دهند که خیز به‌دست‌آمده از مدل‌های پیشنهادی به نتایج آزمایشگاهی نزدیک می‌باشد. هم‌چنین در نمونه‌های با نسبت آرماتور بالا و در سطوح بالای بارگذاری، مدل‌های پیشنهادی نتایج دقیق‌تری را نسبت به سایر روش‌های موجود نشان می‌دهند.

واژه‌های کلیدی الگوریتم ژنتیک، تیرهای بتن آرمه، خیز، سخت‌شوندگی کششی، ممان اینرسی مؤثر، میلگردهای FRP.

Effective Moment of Inertia of FRP Reinforced Concrete Beams

S. R. Mousavi M. R. Esfahani M. Rakhshanimehr

Abstract *Concrete beams reinforced with glass fiber reinforced polymer (GFRP) bars exhibit large deflections and crack widths as compared with steel reinforced concrete beams due to the low modulus of elasticity of GFRP bars. Different studies show that ACI 318 equation for the effective moment of inertia Ie does not predict deflection well for FRP reinforced concrete beams. The purpose of this paper is to propose new equations for estimating the effective moment of inertia of FRP reinforced concrete beams based on genetic algorithm and experimental results. Genetic algorithm is used for optimization of error function between experimental and analytical responses. In the experimental part of the study, nine beam specimens were manufactured and tested. The parameters of reinforcement ratio and concrete compressive strength were selected as the variables for the beam specimens. Also fifty five beam specimens tested by other researchers were used for experimental database. In this paper, the effect of elastic modulus of FRP bars, reinforcement ratio and the applied level of loading on the effective moment of inertia is taken into account. In addition, the proposed equations are compared with different code provisions and the existing models for predicting deflection of FRP reinforced concrete beams. Also, the calculated values by the proposed equations are compared with different test results. The experimental results correlated well with the values predicted by the proposed equations especially in high reinforcement ratios and high levels of loading.*

Key Words Genetic Algorithm, Reinforced Concrete Beams, Deflection, Tension Stiffening, Effective Moment of Inertia, FRP bars.

★ تاریخ دریافت مقاله ۹۰/۷/۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۱/۸/۱۰ می‌باشد.

(۱) نویسنده‌ی مسؤول: دانش آموخته‌ی دکتری، گروه عمران، دانشگاه فردوسی مشهد.
(۲) استاد، گروه عمران، دانشگاه فردوسی مشهد.
(۳) دانش آموخته‌ی دکتری، گروه عمران، دانشگاه فردوسی مشهد.

مقدمه

میلگردهای فولادی به‌عنوان ماده‌ی مسلح‌کننده بتن، به‌جز در شرایطی که در برابر حملات محیطی قرار می‌گیرند، کارایی بسیار خوبی دارند. بسیاری از سازه‌های بتن مسلح همانند سازه‌های آب و فاضلاب، عرشه و پایه‌ی پل‌ها، دیوارهای حائل، سازه‌های دریایی و پارکینگ‌ها در معرض رطوبت، نمک و سایر مواد شیمیایی قرار می‌گیرند. این سازه‌ها مستعد خوردگی در مسلح‌کننده‌های فولادی می‌باشند. گزینه‌های مختلفی از قبیل افزایش پوشش بتن، پوشش آرماتورها با روی، استفاده از افزودنی‌های ضدخوردگی در بتن، حفاظت کاتدی، استفاده از بتن ضد آب و به‌کارگیری پوشش اپوکسی در آرماتور برای جلوگیری از خطر خوردگی وجود دارند، ولی هیچ‌کدام از این شیوه‌ها نمی‌توانند به‌طور کامل و دائمی میلگردهای فولادی را در برابر خوردگی محافظت کنند. یکی از روش‌های مؤثر و درازمدت در رفع این مشکل استفاده از میلگردهای غیرفلزی می‌باشد. حجم سرمایه‌گذاری‌های اولیه در ساخت سازه‌های مستعد خوردگی، دشواری جایگزینی اعضای آسیب‌دیده در اثر خوردگی و هزینه‌ی بالای تعمیر و نگهداری، به‌کارگیری میلگردهای FRP را از لحاظ اقتصادی توجیه می‌کنند.

میلگردهای پلیمری الیافی ترکیبی از یک ماتریکس پلاستیک (رزین) و موادی مانند شیشه (GFRP)، کربن(CFRP) و آرامید(AFRP) می‌باشند. بیش‌ترین کاربرد این میلگردها در ساخت سازه‌های بتن مسلح در معرض خوردگی به‌عنوان ماده‌ی مسلح‌کننده می‌باشد ولی برای تقویت و مقاوم‌سازی سازه‌های موجود نیز استفاده می‌شود. با ایجاد شیار و چسباندن این میلگردها به‌وسیله‌ی رزین می‌توان سازه‌ی موجود را تقویت کرد. از آن‌جا که تفاوت‌های زیادی در خصوصیات مکانیکی و فیزیکی میلگردهای فولادی و FRP وجود دارد، جایگزینی مستقیم آرماتورهای FRP به‌جای فولاد امکان‌پذیر نیست. یکی از اصلی‌ترین تفاوت‌ها بین فولاد و FRP این است که فولاد یک ماده همگن و الاستوپلاستیک است در حالی که FRP یک ماده‌ی غیرهمگن و الاستیک خطی به شمار می‌آید. برای استفاده از آرماتورهایFRP در سازه‌های بتنی آئین‌نامه‌های طراحی جدیدی ارائه شده است. یکی از ساده‌ترین روش‌ها برای ارائه‌ی روابط آئین‌نامه‌ای آن است که تلاش شود تا روابط موجود برای بتن مسلح با فولاد، برای میلگردهای FRP اصلاح شوند.

این میلگردها علاوه بر مقاومت در مقابل خوردگی دارای مقاومت بالا در برابر خستگی نیز هستند که کاربرد آن‌ها را در پل توجیه می‌کند. میلگردهای CFRP دارای بیش‌ترین مدول الاستیسیته و مقاومت کششی هستند و بیش‌ترین کاربرد را در ساخت قطعات پیش‌تنیده به‌جای کابل‌های فولادی دارند. میلگردهای GFRP نیز دارای کم‌ترین مدول الاستیسیته و مقاومت کششی هستند ولی از لحاظ اقتصادی ارزان‌تر و دامنه کاربرد آن‌ها بیشتر است.

رفتار سازه‌های مسلح‌شده با میلگردهای پلیمری الیافی و میلگردهای فولادی متفاوت هستند. منحنی تنش-کرنش میلگردهایFRP تا لحظه‌ی گسیختگی به‌صورت خطی است که باعث کاهش شکل‌پذیری در تیرهای مسلح‌شده با این میلگردها شده است. از سوی دیگر مدول الاستیسیته میلگردهایGFRP وAFRP خیلی کم‌تر از میلگردهای فولادی است به گونه‌ای که مدول الاستیسیته میلگردهایGFRP حدوداً ۲۰ تا ۲۵٪ میلگردهای فولادی است. این تفاوت باعث افزایش مقدار خیز و عرض ترک‌ها در تیرهای مسلح‌شده با میلگردهایGFRP وAFRP شده است. هم‌چنین به‌دلیل تفاوت در مدول الاستیسیته و سطح ظاهری آرماتورهایFRP نسبت به آرماتورهای فولادی، رفتار پیوستگی بتن با میلگردهایFRP و میلگردهای فولادی کاملاً متفاوت است. تحقیقات نشان می‌دهند که در طراحی تیرهای مسلح‌شده با میلگردهای FRP، علاوه بر معیار مقاومت باید معیارهای خیز، شکل‌پذیری و ترک‌خوردگی نیز درنظر گرفته شوند.

هدف از این تحقیق، پیشنهاد روابطی است که بیش‌ترین انطباق را با داده‌های آزمایشگاهی داشته باشد. برای استخراج این روابط از ۴۰۰ داده‌ی آزمایشگاهی استفاده می‌شود. این داده‌ها از آزمایش‌های انجام‌گرفته در این پژوهش و سایر تحقیقات برداشت شده‌اند. بر اساس بهینه‌یابی با الگوریتم ژنتیک، روابط پیشنهادی به گونه‌ای تخمین زده می‌شوند که نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌های تحلیلی و داده‌های آزمایشگاهی به هم نزدیک شوند. از طرف دیگر، روابط آیین‌نامه‌ای و سایر مدل‌های تخمین‌خیز بررسی می‌شوند و با نتایج آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار می‌گیرند. با مطالعه‌ی آماری مقادیر نسبت خیز به‌دست‌آمده از روابط تحلیلی به خیز تجربی، کارایی مدل‌های موجود و روابط پیشنهادی بررسی خواهند شد.

مدل‌های تحلیلی محاسبه خیز

با استفاده از روش‌های تحلیل سازه، خیز وسط دهانه‌ی تیرهای تحت اثر خمش چهارنقطه‌ای از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\delta_{max} = \frac{P.L_a}{48E_cI_e}\left(3L^2 - 4L_a^2\right) \qquad (۱)$$

در این رابطه، L طول کل دهانه‌ی تیر، L_a طول دهانه‌ی برشی (فاصله‌ی هر یک از بارهای نقطه‌ای تا تکیه‌گاه)، E_c مدول الاستیسیته بتن و P مجموع دو بار نقطه‌ای متمرکزی است که بر روی تیر وارد می‌شوند. پارامتر I_e نیز ممان اینرسی مؤثر مقطع پس از ترک‌خوردگی است که در ادامه مورد بحث و بررسی قرار خواهد گرفت. از آن‌جا که مدول الاستیسیته GFRP خیلی کم‌تر از فولاد است، پس از ترک خوردگی، سختی تیرهای مسلح‌شده با GFRP به‌شدت کاهش می‌یابد و خیز آن‌ها بیش‌تر از تیرهای مسلح‌شده با فولاد خواهد شد [1]. بنابراین، در این تیرها خیز یک عامل تعیین‌کننده است و باید در طراحی درنظر گرفته شود. ممان اینرسی مؤثر برای محاسبه‌ی خیز تیرهای بتن مسلح با فولاد در آیین‌نامه‌ی بتن آمریکا ACI 318-05 [2] از رابطه‌ی برانسون (Branson)[3] به‌صورت زیر حساب می‌شود:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1-\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \le I_g \qquad (۲)$$

در رابطه‌ی (۲)، M_{cr} لنگر حد ترک‌خوردگی، M_a لنگر اعمالی، I_g و I_{cr} نیز به‌ترتیب ممان اینرسی مقطع تبدیل‌یافته بدون ترک و ترک‌خورده می‌باشند. پس از پدید آمدن اولین ترک، به‌دلیل وجود تنش پیوستگی بین فولاد و بتن، تنش کششی در بتن ترک‌خورده با شدت کم‌تری نسبت به بتن غیرمسلح کاهش می‌یابد. پس از آن ترک‌های کششی به‌صورت تدریجی گسترش می‌یابند و بتن موجود در بین این ترک‌ها در ظرفیت کششی مقطع مشارکت می‌کند. این پدیده سخت‌شوندگی کششی (tension stiffening) نام دارد. رابطه‌ی برانسون اثر سختی اضافی ناشی از سخت‌شوندگی کششی را در ممان اینرسی مؤثر تیرهای دارای I_g/I_c بزرگ‌تر از ۳ بیش از حد درنظر می‌گیرد. به طور معمول در تیرهای مسلح شده با FRP مقدار I_g/I_{cr} بزرگ‌تر از ۵ می‌باشد. بنابراین، رابطه‌ی برانسون برای این تیرها سخت شوندگی کششی را زیاد و در نتیجه خیز را خیلی کم‌تر از واقعیت نشان می‌دهد [4]. تحقیقات زیادی نشان می‌دهند که رابطه‌ی (۲) در تخمین خیز تیرهای مسلح‌شده با FRP نمی‌تواند به کار رود. فازا و گانگارائو [5] رابطه‌ی برانسون را برای تیرهای مسلح شده با میلگردهای FRP و دارای خمش چهار نقطه‌ای اصلاح کردند و ممان اینرسی متوسط در طول تیر را به‌صورت زیر رابطه‌سازی کردند:

$$I_m = \frac{23 I_{cr} I_e}{8 I_{cr} + 15 I_e} \quad (۳)$$

دراین مدل فرض شده است که مقطع تیر در بین نقاط بارگذاری دارای ممان‌اینرسی ترک‌خورده I_{cr} و در دو طرف نقاط بارگذاری نسبتاً ترک‌خورده و دارای ممان اینرسی مؤثر I_e (رابطه‌ی ۲) می‌باشد. بنموکرِیند و همکاران [6] نیز دو ضریب کاهشی را به‌صورت زیر به رابطه‌ی (۲) افزودند تا با نتایج تجربی تیرهای بتنی مسلح شده با میلگردهای FRP سازگار شود:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \frac{I_g}{7} + 0.84\left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \le I_g \quad (٤)$$

پس از آن آیین‌نامه‌ی ACI 440.1R-03 [7] با در نظر گرفتن اثر مدول الاستیسته و مشخصات پیوستگی میلگردهای FRP، ممان اینرسی مؤثر مقطع تیرهای بتنی مسلح‌شده با میلگردهای FRP را به‌صورت زیر اصلاح کرد:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \beta_d I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \le I_g \quad (۵)$$

در این رابطه، β_d ضریبی است که اثر کاهش مدول الاستیسته ماده مسلح‌کننده و پیوستگی آن را با بتن، در محاسبات خیز وارد می‌کند و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta_d = \alpha_b \left(\frac{E_f}{E_s} + 1\right) \quad (٦)$$

در رابطه‌ی (٦)، E_f و E_s، به ترتیب مدول الاستیسته میلگردهای FRP و فولاد می‌باشند. ضریب α_b نیز اثر چسبندگی بین بتن و ماده مسلح‌کننده را وارد می‌کند. هر چند رابطه‌ی (۵) توسط نتایج آزمایشگاهی برخی تحقیقات تأیید شده است [8,9] ولی در اغلب موارد نمی‌تواند خیز را به‌درستی تخمین بزند و در تحقیقات بسیاری خیز به‌دست آمده از [7] ACI 440.1R-03 کم‌تر از مقادیر آزمایشگاهی بوده است [10,11]. تلاش‌های بسیاری برای بهبود این رابطه انجام شده است که می‌توان به تحقیقات یاست و همکاران [11] اشاره کرد. آن‌ها با استفاده از نتایج ٤٨ نمونه‌ی آزمایشگاهی مسلح‌شده با میلگردهای GFRP و دارای متغیرهای مقاومت بتن، نسبت آرماتور و طول دهانه‌ی برشی تیرها، ضریب پیوستگی α_b را به‌صورت زیر پیشنهاد کردند:

$$\alpha_b = 0.064\left(\frac{\rho_f}{\rho_{fb}}\right) + 0.13 \quad (۷)$$

در رابطه‌ی بالا، ρ_f نسبت آرماتور موجود و ρ_{fb} نسبت آرماتور بالانس می‌باشند. در سال ۲۰۰٦ میلادی نسخه‌ی ACI 440.1R-06 [12] در ضریب β_d تجدیدنظرکرد. با این ضریب، اثر نسبت آرماتورها در رابطه‌ی ممان اینرسی مؤثر وارد شده است ولی اثر عامل کلیدی مدول الاستیسته در نظر گرفته نشده است [12].

$$\beta_d = \frac{1}{5}\left(\frac{\rho_f}{\rho_{fb}}\right) \le 1 \quad (۸)$$

در تحقیقات آماری که توسط موتا و همکاران [13] انجام شده است، حساسیت خیز به‌دست‌آمده از ACI 440.1R-06[12] نسبت به تغییرات مدول الاستیسته‌ی مسلح‌کننده‌ها بیش‌تر از ACI 440.1R-03[7] می‌باشد. توتنجی و سافی [14] با پیشنهاد روابط (۱۰ و ۹) نسبت آرماتور و مدول الاستیسیته را به‌صورت هم‌زمان در ممان اینرسی مؤثر وارد کردند.

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^m I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^m\right] I_{cr} \le I_g \quad (۹)$$

$$m = 6 - 1000\frac{E_f}{E_s}\rho_f \quad \text{for} \quad \frac{E_f}{E_s}\rho_f < 0.3\%$$
$$m = 3 \quad \text{for} \quad \frac{E_f}{E_s}\rho_f \ge 0.3\% \quad (۱۰)$$

رافـــی و نَـــدجَی [15] از درون‌یـــابی نتـــایج آزمایشگاهی انجام‌شـده توسـط دیگـران، روابـط [12] ACI 440.1R-06 را تغییر دادند و اثر مدول الاستیسیته را در این معادلات به‌صورت زیر وارد کردند:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \beta_d I_g + \frac{I_{cr}}{\gamma}\left[1-\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] \le I_g \qquad (۱۱)$$

در ایـــن رابطـــه، ضـــریب β_d هماننـــد ACI 440.1R-06 تعیین می‌شود و ضریب γ از رابطه ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\gamma = \left(0.0017\frac{\rho}{\rho_b} + 0.8541\right)\left(1+\frac{E_f}{2E_s}\right) \qquad (۱۲)$$

الســید (Alsayed) و همکـاران [1] بـا اسـتفاده از نتایج تجربی، دو مدل برای ممان اینرسی مؤثر تیرهـای مسلح‌شده با GFRP پیشنهاد کردند. مدل اول (A) دقیقا شبیه رابطه‌ی برانسون است بـا ایـن تفـاوت کـه تـوان M_{cr}/M_a برابر ۵/۵ در نظـر گرفتـه شـده اسـت و مـدل دوم(B) از تحلیل رگرسیون مقـادیر آزمایشـگاهی I_e/I_{cr} در مقابل M_a / M_{cr} بـه‌دسـت آمـده اسـت. درون‌یـابی انجام‌شده در مدل دوم به‌صورت زیر رابطه‌سازی شـده است:

$$I_e = \left[1.4 - \frac{2}{15}\left(\frac{M_a}{M_{cr}}\right)\right] I_{cr} \quad \text{for} \quad 1 < \frac{M_a}{M_{cr}} < 3$$
$$I_e = I_{cr} \qquad \text{for} \quad \frac{M_a}{M_{cr}} > 3 \qquad (۱۳)$$

آزمایش‌ها نشان می‌دهند که وقتـی لنگـر اعمـالی از M_{cr} تجاوز کند، تغییر ناگهانی در ممان اینرسی مـؤثر روی می‌دهد و مقـدار $(I_e)_{exp}$ بـه کمـی بـیش‌تـر از I_{cr} نزول پیدا می‌کند. این تغییـر ناگهـانی بـه‌خـاطر مـدول الاستیسیته کم GFRP اسـت [1]. بیشُـف (Bischoff) [4] مطالعات زیادی بـر سـختی اضـافی ناشـی از پدیـده‌ی سخت‌شوندگی کششی در تیرهای مسلح‌شـده بـا FRP انجام داده است. طبق مدل ارائه شده توسـط او کـه بـر پایه‌ی مفاهیم اساسی سخت‌شوندگی کششی بنـا شـده است، رابطه‌ی برانسون بـه‌صـورت زیـر اصـلاح شـده است:

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1-\left(1-\frac{I_{cr}}{I_g}\right)\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} \qquad (۱٤)$$

در این رابطه، M_{cr} لنگر حد ترک خـوردگی و M_a لنگر اعمالی در مقطع بحرانی است که دارای کـم‌تـرین سختی است. بیشُف(Bischoff) و گروس(Gross) [16] رابطه‌ی (١٤) را با درنظر گرفتن مجموع انحنای مقاطع در طول تیر اصلاح کردند. با این تغییرات سـختی هـر دو ناحیـه‌ی تـرک‌خـورده و تـرک‌نخـورده‌ی عضـو در محاسـبه‌ی ممـان اینرسـی مـؤثر بـه‌صـورت زیـر وارد می‌گردند:

$$I'_e = \frac{I_{cr}}{1-\gamma\left(1-\frac{I_{cr}}{I_g}\right)\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} \qquad (۱۵)$$

در رابطه‌ی بالا، γ اثر تغییرات سختی در طول تیر را وارد می‌کند. ایـن عامـل بـه شـرایط مـرزی و نـوع بارگذاری وابسـته اسـت و بـرای حالـت‌هـای مختلـف شرایط تکیه‌گاهی و بارگذاری، در مرجع [16] تعریـف شده است. تحقیقات نشان می‌دهند که I_e و I'_e به طـور قابل توجهی تحت تأثیر M_{cr} قرار می‌گیرنـد. از آن‌جـا که M_{cr} به مدول گسیختگی بتن وابسـته اسـت و ایـن پارامتر نیز عدم قطعیت بـالایی دارد، بیشُـف و گـروس [16] پیشنهاد کردند که در روابـط اخیـر از ۸۰٪ مقـدار M_{cr} استفاده شود. راهنمای طراحـی ISIS کانـادا [17]،

رابطه‌ای متفاوت برای محاسبه‌ی ممان اینرسی مؤثر نسبت به روابط پیشین به‌صورت زیر ارائه کرده است:

$$I_e = \frac{I_g I_{cr}}{I_{cr} + \left[1 - 0.5\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2\right](I_g - I_{cr})} \quad (۱۶)$$

هم‌چنین، رابطه‌ای مشابه این رابطه توسط هال و قالی [18] برای پیش‌بینی خیز کوتاه‌مدت تیرهای مسلح‌شده با GFRP پیشنهاد شده است. این مدل براساس میانگین انحنای تعدادی از مقاطع در طول عضو، ممان اینرسی متوسط تیر را تعیین می‌کند.

$$I_m = \frac{I_g I_{cr}}{\left[I_g + \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2 (I_{cr} - I_g)\right]} \quad (۱۷)$$

در این رابطه، β_1 ضریب چسبندگی مسلح‌کننده‌ها است که برای میلگردهای آج‌دار یک و برای میلگردهای صاف ۰/۵ می‌باشد. پارامتر β_2 نیز ضریبی است که برای بارگذاری استاتیکی ۰/۸ و برای بارگذاری رفت و برگشتی ۰/۵ در نظر گرفته می‌شود. آیین‌نامه‌ی CSA کانادا [19] برای محاسبه‌ی خیز تیرهای مسلح‌شده با میلگرد FRP، روش‌های لنگر-انحنا را به‌کار گرفته و رابطه‌ی زیر را برای محاسبه ی خیز در تیرهای دارای خمش چهارنقطه‌ای ارائه کرده است:

$$\delta_{max} = \frac{P.L_a}{48E_c I_{cr}} \times \left(3L^2 - 4L_a^2 - 8\left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right)\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 L_a^2\right) \quad (۱۸)$$

در رابطه‌ی (۱۸)، L طول کل دهانه‌ی تیر، L_a طول دهانه‌ی برشی، P مقدار بار و E_c مدول الاستیسیته‌ی بتن می‌باشد. در این رابطه از اثر سخت‌شوندگی کششی صرف‌نظر شده است.

مدل‌های پیشنهادی

در این مقاله از ۴۰۰ داده‌ی آزمایشگاهی استفاده شده است. این داده‌ها تعدادی از نقاط واقع بر منحنی بار-تغییرمکان ٦٤ نمونه تیری مسلح‌شده با میلگردهای FRP می‌باشند که ۹ نمونه توسط نویسندگان و ۵۵ نمونه توسط سایر پژوهش گران آزمایش شده‌اند. براساس داده‌های تجربی موجود و بهینه‌یابی با الگوریتم ژنتیک، رابطه‌ی برانسون به‌گونه‌ای اصلاح شده است که کم‌ترین خطا را نسبت به مقادیر آزمایشگاهی داشته باشد. جزئیات تعداد نمونه‌های آزمایشگاهی استخراج شده از تحقیقات مختلف و همچنین تعداد نقاط بار-تغییرمکان استفاده‌شده برای جمع‌آوری داده‌های آزمایشگاهی در جدول (۱) درج شده‌اند.

جدول ۱ داده‌های آزمایشگاهی خیز تیرهای مسلح‌شده با میلگردهای FRP

نوع میلگرد	تعداد داده‌های بار- تغییرمکان	تعداد نمونه‌های تیری مسلح شده با FRP	نام مرجع
GFRP	14	3	Alsayed (1998)-[20]
GFRP	9	2	Pecce et al. (2000) -[8]
GFRP	16	2	Hall (2000) -[21]
GFRP	15	4	Alsayed et al. (2000) -[1]
4 GFRP & 2 CFRP	36	6	Abdalla (2002) -[10]
GFRP	21	3	Toutanji and Deng (2003) -[9]
GFRP	77	16	Yost et al. (2003) -[11]
CFRP	16	2	Rafi et al. (2008) -[22]
4 GFRP & 2 CFRP & 2 AFRP	67	8	Rafi and Nadjai (2009) -[15]
GFRP	15	2	Barris et al. (2009) -[23]
GFRP	36	7	Oh et al. (2009) -[24]
GFRP	78	9	Current Study
	400	64	Total

در این داده‌ها دامنه‌ی گسترده‌ای از انواع نمونه‌ها از لحاظ تغییرات مقاومت فشاری بتن، مقاومت کششی نهایی میلگردهای FRP، مدول الاستیسیته میلگردهای FRP، نسبت آرماتور موجود به آرماتور بالانس و سطوح مختلف بارگذاری وجود دارد. تغییرات این پارامترها در جدول (۲) نشان داده شده‌اند.

جدول ۲ دامنه‌ی تغییرات پارامترها در داده‌های آزمایشگاهی

پارامتر	دامنه تغییرات
f'_c	20 MPa - 79.7 MPa
f_{fu}	586 MPa - 2550 MPa
E_f	26 GPa - 147 GPa
ρ_f/ρ_{fb}	0.51 - 7.75
M_{cr}/M_a	0.1 - 0.97

در این داده‌ها با داشتن مقادیر خیز وسط دهانه‌ی تیر و بار متناظر آن، مقدار تجربی ممان اینرسی مؤثر از رابطه‌ی (۱۹) به‌دست می‌آید.

$$(I_e)_{exp} = \frac{P_{exp}L_a}{48E_c\delta_{exp}}\left(3L^2 - 4L_a^2\right) \qquad (۱۹)$$

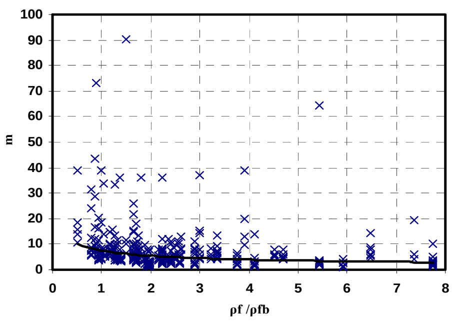
در این رابطه، P_{exp} بار تجربی، δ_{exp} خیز اندازه‌گیری‌شده در وسط دهانه‌ی تیر متناظر با بار P_{exp} و $(I_e)_{exp}$ ممان اینرسی مؤثر به‌دست‌آمده از داده‌های آزمایشگاهی می‌باشد. اگر در رابطه‌ی برانسون به جای توان سه، مقدار مجهول m جانشین شود، به‌ازای هر داده‌ی آزمایشگاهی و در هر مرحله از بارگذاری، با داشتن $(I_e)_{exp}$ و M_{cr}/M_a می‌توان مقدار تجربی m را به‌دست آورد.

$$(I_e)_{exp} = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^m I_g + \left[1-\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^m\right] I_{cr} \le I_g$$
$$\Rightarrow \frac{(I_e)_{exp} - I_{cr}}{I_g - I_{cr}} = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^m \qquad (۲۰)$$

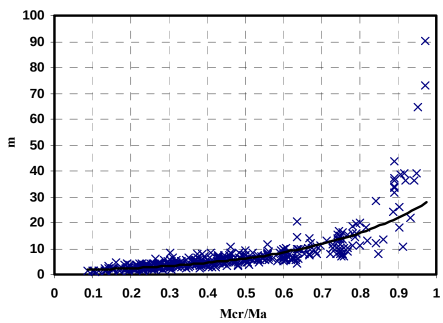
با لگاریتم گرفتن از طرفین رابطه‌ی (۲۰)، مقدار m از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$m = \frac{\text{Log}\left(\dfrac{(I_e)_{exp} - I_{cr}}{I_g - I_{cr}}\right)}{\text{Log}\left(\dfrac{M_{cr}}{M_a}\right)} \qquad (۲۱)$$

در این پژوهش با بررسی حساسیت مقادیر m نسبت به تغییر عوامل مختلف، پارامترهای تأثیرگذار در مقدار m شناسایی می‌شوند. در بررسی مقادیر m برای یک نمونه‌ی خاص در سطوح مختلف بارگذاری مشاهده می‌شود که با کاهش مقدار M_{cr}/M_a (افزایش سطح بارگذاری)، مقدار m کاهش می‌یابد. هم‌چنین برای نمونه‌های دارای مشخصات یکسان و نسبت آرماتور متفاوت مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار ρ_f/ρ_{fb}، مقدار m کاهش می‌یابد. شکل‌های (۲ و ۱) چگونگی تغییرات مقادیر m به‌دست‌آمده از رابطه‌ی (۲۱) را نسبت به M_{cr}/M_a و ρ_f/ρ_{fb} نشان می‌دهند.



شکل ۱ تغییرات m در مقابل ρ_f/ρ_{fb}



شکل ۲ تغییرات m در مقابل M_{cr}/M_a

براساس رابطه‌ی برانسون، ممان اینرسی مؤثر در سطوح مختلف بارگذاری بین ممان اینرسی مقطع بدون

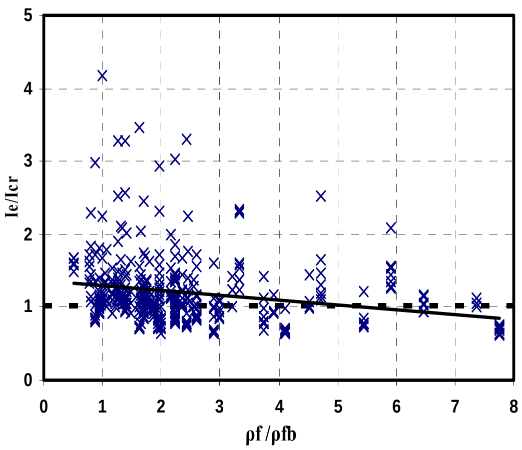
ترک و ترک‌خورده درون‌یابی می‌شود. در این رابطه ممان اینرسی مؤثر I_e در هیچ حالتی از ممان اینرسی ترک‌خورده I_{cr} کم‌تر نخواهد شد. در تیرهای مسلح‌شده با میلگردهای FRP، پس از ترک‌خوردگی ممان اینرسی مؤثر با شدت بیش‌تری به سمت ممان اینرسی ترک‌خورده نزدیک می‌شود. رشید و همکاران [25] نشان دادند که با افزایش سختی مسلح‌کننده‌ها (افزایش مدول الاستیسیته و نسبت آرماتور) تنش در ناحیه‌ی فشاری بتن سریعاً غیرخطی می‌شود و به دنبال آن مقدار I_e از I_{cr} کم‌تر خواهد شد. شکل‌های (٤ و ۳)نشان می‌دهند که در سطوح بالای بارگذاری (مقادیر کم M_{cr}/M_a) و نسبت‌های آرماتور بالا (مقادیر زیاد ρ_f/ρ_{fb}) به‌علت غیرخطی شدن تنش‌های فشاری بتن، مقدار ممان اینرسی مؤثر I_e کم‌تر از ممان اینرسی ترک‌خورده I_{cr} خواهد شد. بنابراین، جمله‌های رابطه‌ی برانسون (رابطه‌ی ۲) باید در ضرایبی ضرب شوند تا بتواند مقادیر ممان اینرسی مؤثر کم‌تر از I_{cr} را تخمین بزند.

در این مقاله رابطه‌ی برانسون به‌صورت تابعی درنظر گرفته می‌شود که اثر مدول الاستیسیته مسلح‌کننده‌ها (E_f/E_s)، نسبت آرماتور (ρ_f/ρ_{fb}) و سطح بارگذاری(M_{cr}/M_a) را در توان m وارد می‌کند. وزن پارامترهای مختلف در این رابطه‌ی تحلیلی با ضرایب مجهول X_1 تا X_6 معرفی می‌شوند. شکل کلی رابطه ی پیشنهادی برای مدل‌های I تا III به‌صورت زیر است:

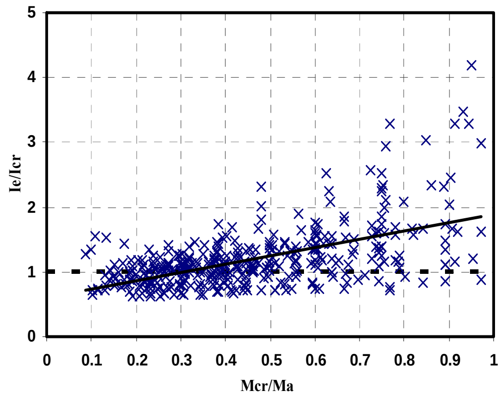
$$(I_e)_{theo} = X_5\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^m I_g + X_6\left[1-\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^m\right]I_{cr} \qquad (۲۲)$$

که در آن توان m به‌صورت زیر درنظر گرفته شده است:

$$m = X_1 + X_2\frac{\rho}{\rho_b} + X_3\frac{M_{cr}}{M_a} + X_4\frac{E_f}{E_s} \qquad (۲۳)$$



شکل ۳ تغییرات I_e/I_{cr} در مقابل ρ_f/ρ_{fb}



شکل ٤ تغییرات I_e/I_{cr} در مقابل M_{cr}/M_a

در مدل I، برای محاسبه‌ی ضرایب مجهول رابطه‌ی (۲۳)، تفاوت میان ممان اینرسی مؤثر تجربی و ممان اینرسی مؤثر پیشنهادی به‌عنوان تابع هدف بهینه‌یابی معرفی می‌شود. از کمینه کردن این تابع هدف به‌وسیله‌ی الگوریتم ژنتیک، متغیرهای طراحی X_1تا X_6 که وزن پارامترهای مؤثر در ممان اینرسی مؤثر مدل I را مشخص می‌کنند، محاسبه می‌شوند. تابع هدف مدل I با رابطه‌ی (٢٤) معرفی می‌شود.

$$e = \left|(I_e)_{theo} - (I_e)_{exp}\right| \qquad (٢٤)$$

در مدل II، درصد خطای بین ممان اینرسی مؤثر به‌دست‌آمده از نتایج آزمایشگاهی و ممان اینرسی مؤثر

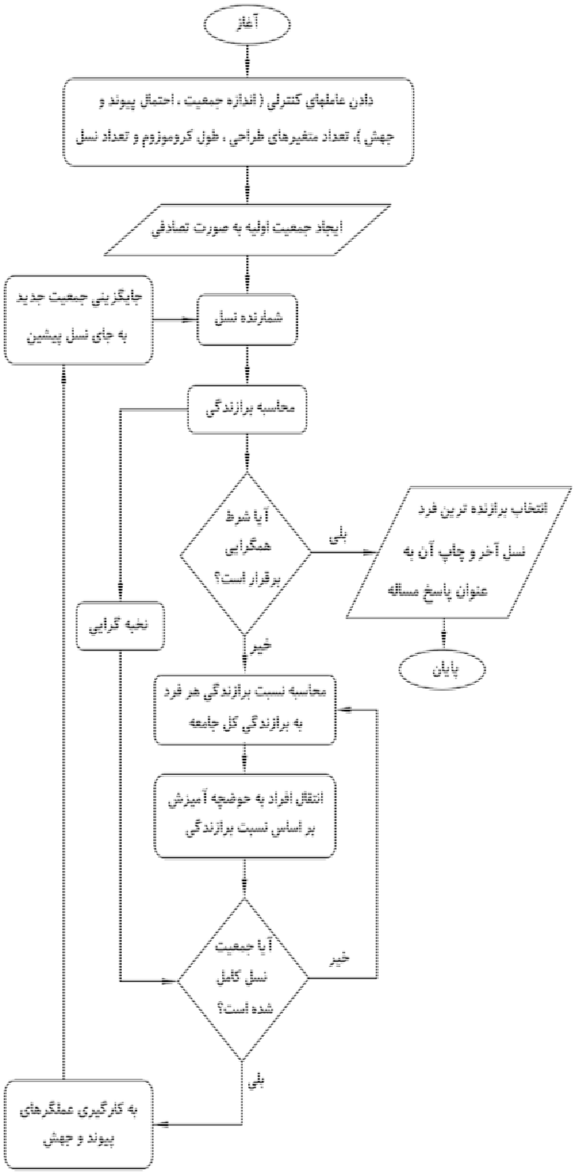
به‌دست‌آمده از روابط (۲۳ و ۲۲) به‌عنوان تابع هدف بهینه‌یابی معرفی و بوسیله‌ی الگوریتم ژنتیک کمینه می‌شود. تابع هدف مدل II به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e = \left| \frac{(I_e)_{theo} - (I_e)_{exp}}{(I_e)_{exp}} \right| \times 100 \qquad (۲۵)$$

در مدل III، تفاوت میان خیز تجربی و خیز محاسبه شده بر اساس ممان اینرسی مؤثر پیشنهادی به‌عنوان تابع هدف بهینه‌یابی درنظر گرفته می‌شود. رابطه‌ی (۲٦) تابع هدف مدل III را نشان می‌دهد.

$$e = \left| \delta_{exp} - \delta_{cal} \right| \qquad (۲٦)$$

الگوریتم ژنتیک فرآیند جستجو را با یک جمعیت اولیه شروع می‌کند که هر کدام از افراد این جامعه یک طرح اولیه و یا یک کروموزوم می‌باشند. پس از ایجاد جمعیت اولیه، الگوریتم ژنتیک به بررسی کروموزوم‌ها می‌پردازد. هر چه یک طرح (کروموزوم) خطای کم‌تری داشته باشد، برازنده‌تر است و مقدار عددی بیش‌تری را به خود منسوب خواهد کرد. پس از بررسی برازندگی تمام افراد جامعه، برنامه‌ی افراد بهتر را برای ایجاد نسل آینده انتخاب می‌کند و افراد ضعیف را حذف می‌نماید. سپس افراد انتخاب شده برای زایش نسل بعدی، زیر عملگرهای تصادفی پیوند (Crossover) و جهش (Mutation) قرار می‌گیرند. براین اساس، نسلی جدید ایجاد می‌گردد که به‌طور معمول دارای برازندگی بیش‌تری نسبت به نسل پیش از خود (والدین) می‌باشد. سپس، فرزندان جانشین والدین خود می‌گردند و این چرخه تا برآورده شدن معیارهای همگرایی، ادامه خواهد یافت. برازنده‌ترین فرد نسل آخر، جواب مسأله خواهد بود. نمودار جریان فرآیند بهینه‌یابی با الگوریتم ژنتیک در شکل (۵) نشان داده شده است.



شکل ۵ نمودار جریان بهینه‌یابی با الگوریتم ژنتیک

در این مسأله، انتخاب کروموزوم‌ها برای زایش نسل بعد به‌وسیله‌ی عملگر انتخاب چرخ‌گردان (Roulette Wheel Selection) انجام شده است. هم‌چنین احتمال پیوند ۸۰٪ و احتمال جهش ۵٪ درنظر گرفته شده است. برای جلوگیری از بین رفتن بلوک‌های سازنده، از الگوریتم ژنتیک نخبه‌گرا استفاده شده است

و در هر تکرار (نسل) ٤ عدد از افراد جامعه کـه دارای بیش‌ترین شایستگی (کم‌ترین خطا) هستند بدون تغییـر به نسل بعد انتقال می‌یابند. آزمون‌های انجام‌شده بـرای بهینه‌یابی نشان می‌دهنـد کـه انـدازه‌ی جمعیـت ۵۰۰ و تعداد نسل (تکرار) ۵۰۰۰ برای دسـت‌یـابی بـه پاسـخ بهینه کافی است و مسأله همگرا می‌شود. مقادیر X_1 تا X_6حاصل از کمینه‌سازی توابع هدف معرفی‌شده توسط روابط (٢٦ و ٢٥ و ٢٤)، بـه ترتیـب، وزن پارامترهـای مختلف در مدل‌هـای پیشـنهادی I،II و III را مشـخص می‌کنند. این مقادیر در جدول (۳) درج شده‌اند.

جدول ۳ پاسخ‌های بهینه‌یابی برای مدل‌های I، II و III

مدل	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Model I	1.69	-0.51	1.77	6.67	0.17	0.94
Model II	0.00	-0.24	5.35	2.28	0.13	0.89
Model III	0.66	-0.30	1.94	4.64	0.15	0.89

نمونه‌های آزمایشگاهی

در این تحقیق، ۹ نمونه تیر دو سر ساده بتنی مسلح‌شده با میلگردهای کششیGFRP به‌طـول ۲/۳ متـر (فاصـله بین دو تکیه‌گاه ۲ متر) و طول دهانه‌ی برشـی ۰/۷ متـر طراحی و ساخته شده‌اند. عـرض و ارتفـاع مقطـع ایـن تیرها به ترتیب ۱۵۰ و ۲۰۰ میلیمتر می‌باشد. نمونه‌های مذکور در سه رده بتن با مقاومت‌های فشاری استوانه‌ای ۲۰، ۳۸ و ٦٤ مگاپاسـکال سـاخته شـده‌انـد. در تمـام نمونه‌ها، از دو عدد میلگرد فولادی با قطـر ۱۰ میلیمتـر بـه‌عنـوان آرمـاتور فشـاری و از میلگردهـای عرضـی فـولادی بـا قطـر ۸ میلیمتـر در فواصـل ۸۰ میلیمتـری به‌عنوان خاموت استفاده شده است. جزئیـات دقیـق‌تـر نمونه‌ها در جدول (٤) ارائه شده‌اند.

در نمونه‌های طراحی‌شده با سه رده مقاومتی بتن و سه حالت آرماتورگذاری، محدوده‌ی ρ_f / ρ_{fb} بین ۰/۵۱ تا ۷/۷۵ ایجاد می‌گردد که می‌توان از روی داده‌های این نمونه‌ها، اثر تغییـرات نسـبت ρ_f / ρ_{fb} را در مـدل‌هـای پیشنهادی به‌خوبی وارد کرد. هم‌چنین با ایـن نمونـه‌هـا تأثیر مقاومت بتن و نسـبت آرمـاتور در خیـز تیرهـای مسلح‌شده با میلگردهـای FRP ارزیـابی خواهنـد شـد. آرماتورهای کششی بـه‌کـار رفتـه در نمونـه‌هـا از نـوع GFRP با سطح جانبی ماسه‌پاشی شده (Sand Coated) مـی‌باشـد. مـدول الاستیسـیته ایـن میلگردهـا ٤۱ گیگاپاسکال و مقاومت کششی نهایی متوسط آن‌ها۷۰۰ مگاپاسکال می‌باشد.

چگونگی آزمایش

در آزمایش‌ها، تیرها تحت خمش چهار نقطه‌ای بر روی تکیه‌گاه‌های ساده قرار می‌گیرند. تغییرمکان وسـط تیـر توسط خط‌کش اندازه‌گیری تغییرمکان (LVDT) و نیرو توسـط نیروسـنج (Load Cell) بـه دسـتگاه ثبـت داده (Data Logger) منتقل می‌شوند و خیز تجربـی تیـر در وسـط دهانـه برداشـت مـی‌شـود. در مراحـل مختلـف بارگذاری مشاهدات ثبت و چگونگی گسترش ترک‌هـا ترسیم می‌گردد تـا چگـونگی شکسـت تیـر مشـخص گردد. شکل (٦) چگونگی استقرار لوازم سنجش نیرو و تغییرمکان را بر تیر نشان می‌دهد.

سرعت بارگذاری در این آزمایش‌ها حدوداً بین ۵۰ تا ۱۰۰ نیوتن بر ثانیـه بـوده اسـت و بـیش‌تـرین زمـان بارگذاری در نمونه‌ی B8 به مـدت ۱۹۰۰ ثانیـه اتفـاق افتاده است. بنابراین، مدت آزمایش‌ها به اندازه‌ی کـافی کوچک هستند که اثـرات تغییرمکـان‌هـای خزشـی در نتایج خیز وارد نشوند. موضوع دیگری که ممکن است در خیز تجربی خطا وارد کند اثر تغییرشکل‌های ناشـی از افت بتن است. برای کـاهش ایـن خطـا، عمـل‌آوری نمونه‌ها با دقت زیادی انجام گرفته است تا تـرک‌هـای ناشی از افت و جمع‌شدگی بتن تا حـد امکـان کـاهش یابند. با عمل آوری درست و حذف ترک‌هـای افـت و جمع‌شدگی، تغییرشکل‌های ناشی از این موضوع نیز در هنگام بارگذاری وارد نخواهند شد.



شکل ٦ دستگاه‌های آزمایش

جدول ٤ جزئیات نمونه‌های آزمایشگاهی

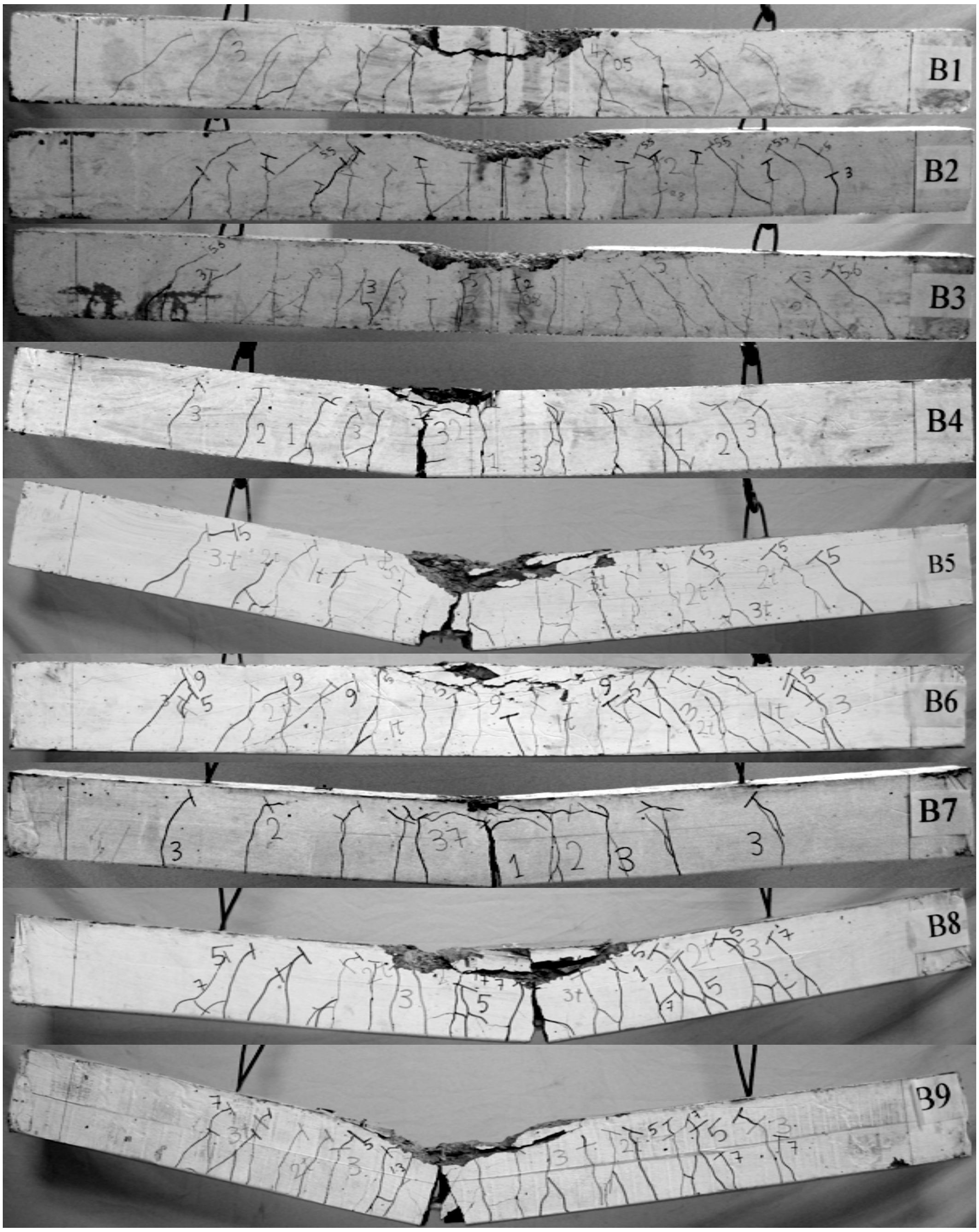
نمونه ها	f'_c (MPa)	آرماتورهای کششی (GFRP)	$d(mm)$	$(\frac{\rho_f}{\rho_{fb}})$
B1	20	$2\phi10$	165	1.64
B2	20	$2\phi16+1\phi10$	165	5.44
B3	20	$3\phi16+1\phi10$	165	7.75
B4	38	$2\phi10$	165	0.87
B5	38	$2\varphi16+1\varphi10$	165	2.88
B6	38	$3\varphi16+1\varphi10$	165	4.11
B7	64	$2\varphi10$	165	0.51
B8	64	$2\varphi16+1\varphi10$	165	1.70
B9	64	$3\varphi16+1\varphi10$	165	2.42

مقایسه و بررسی نتایج آزمایشگاهی

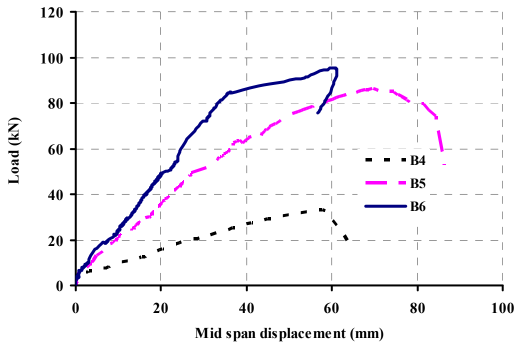
وقتی یک تیر مسلح‌شده با FRP تحت لنگر خمشی می‌شکند، دو نوع شکست محتمل است. یکی شکست ناشی از خُرد شدن بتن در فشار و دیگری پارگی ماده مسلح‌کننده است. اگر در زمانی که کرنش فشاری بتن ۰/۰۰۳۵ است، میلگردهای FRP به تنش کششی نهایی خود برسند، حالت بالانس اتفاق افتاده است. وقتی نسبت مسلح‌کننده ρ_f از نسبت آرماتور بالانس ρ_{fb} بیش‌تر باشد، شکست با خُرد شدن بتن در ناحیه‌ی فشاری روی می‌دهد و اگر نسبت مسلح کننده ρ_f از ρ_{fb} کم‌تر باشد، شکست در اثر پارگی FRP اتفاق می‌افتد. تحقیقات نشان می‌دهند که شکست ناشی از پارگی FRP بسیار تردتر از شکست ناشی از خرد شدن بتن در فشار است [12]. نحوه‌ی گسترش ترک‌ها در مراحل مختلف بارگذاری و چگونگی شکست نمونه‌ها در شکل (۷) نشان داده شده است. در تمام نمونه‌ها به‌جز نمونه‌ی B7 شکست فشاری بتن رخ داده است. در نمونه‌ی B7 شکست با پارگی آرماتور و به صورت آنی اتفاق افتاده است. در نمونه‌های B1، B2 ، B3 و B6 پس از رسیدن به‌حداکثر ظرفیت و خرد شدن بتن در فشار، بارگذاری متوقف شده است ولی در نمونه‌های B4،B5 ، B8 وB9 ، پس از شکست فشاری بار ادامه داده شده است تا پارگی میلگردهای FRP نیز رخ دهد. نکته‌ی قابل توجه این است که در نمونه‌های B5، B8 وB9 ، پس از خُرد شدن بتن در فشار بار افت نکرده است و تا زمان پارگی آرماتورها که شکست نهایی انجام شده است، تیر قابلیت تحمل بار را داشته است شکل‌های (۱۱-۸) حداکثر ظرفیت و مقدار خیز را در برخی از نمونه‌های دارای مقاومت بتن و آرماتورگذاری متفاوت مورد مقایسه قرار می‌دهند.

شکل‌های (۹ و ۸) مقادیر خیز را در نمونه‌های دارای مقاومت بتن یکسان و نسبت آرماتور متفاوت مقایسه می‌کنند. این شکل‌ها نشان می‌دهند که با افزایش نسبت آرماتور، مقدار خیز در هر یک از سطوح بارگذاری به‌شدت کاهش می‌یابد و این کاهش خیز در سطوح بالاتر بارگذاری شدیدتر می‌شود. شکل‌های (۱۱ و ۱۰) نیز مقادیر خیز را در نمونه‌های دارای مقاومت بتن متفاوت و نسبت آرماتور یکسان مورد مقایسه‌ی

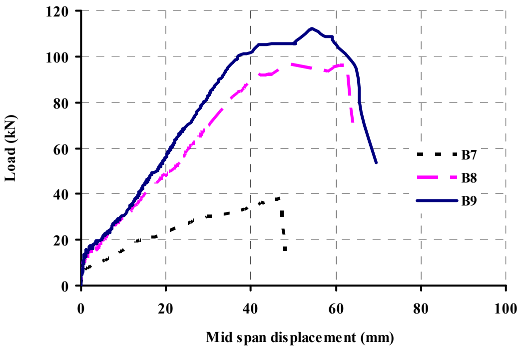
قرار می‌دهند. از مقایسه این شکل‌ها با شکل‌هـای (۹ و ۸) نتیجه می‌شود که تأثیر مقاومت بتن در کاهش خیـز کم‌تر از اثر نسبت آرماتور می‌باشد و افـزایش مقاومـت بتن تأثیر قابل توجهی در کاهش خیز ندارد.



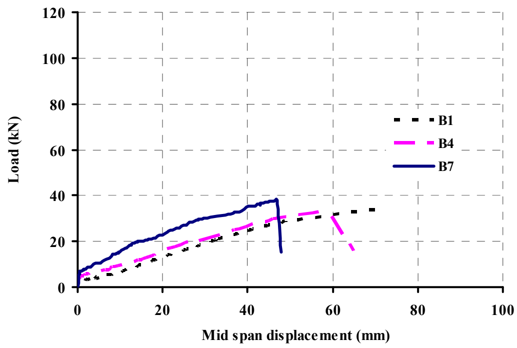
شکل ۷ چگونگی ترک‌خوردگی و شکست نمونه‌های آزمایشگاهی



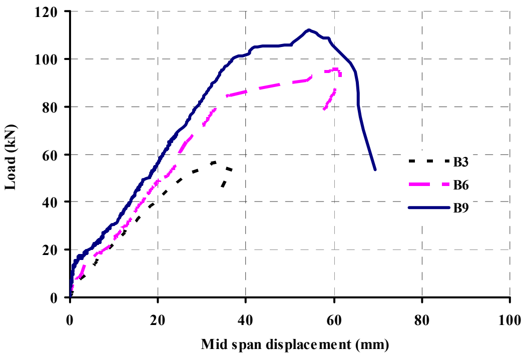
شکل ۸ مقایسه‌ی نمودارهای بار–تغییرمکان نمونه‌های دارای مقاومت بتن ۳۸ مگاپاسکال و آرماتورگذاری متفاوت



شکل ۹ مقایسه‌ی نمودارهای بار–تغییرمکان نمونه‌های دارای مقاومت بتن ٦٤ مگاپاسکال و آرماتورگذاری متفاوت



شکل ۱۰ مقایسه‌ی نمودارهای بار–تغییرمکان نمونه‌های دارای نسبت آرماتور ۰/۰۰۵۷ و مقاومت بتن متفاوت



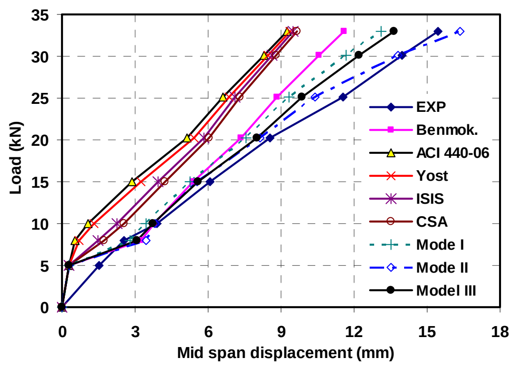
شکل ۱۱ مقایسه‌ی نمودارهای بار–تغییرمکان نمونه‌های دارای نسبت آرماتور ۰/۰۲۷۱ و مقاومت بتن متفاوت

بیش‌تر روابط خیز برای سطح بار سرویس تعریف شده‌اند و نمی‌توان آن‌ها را برای هر سطحی از بار به‌کار گرفت. ضابطه‌ی طراحی در آیین‌نامه‌ی ACI 318-05 [2] آمریکا $\varphi M_n \geq M_u$ می‌باشد که در آن M_u براساس ضرایب ۱/۲ بار مرده و ۱/٦ بار زنده (متوسط ۱/٤) حساب می‌شود. برای مقایسه‌ی معادلات خیز، ابتدا باید سطح بار سرویس به‌صورت تقریبی از روی ظرفیت نهایی تجربی نمونه‌ها تعیین شود. این سطح بار از ϕبرابر بار معادل شکست نهایی تیر تقسیم بر ۱/٤ به‌دست می‌آید. جدول (۵) مقادیر حداکثر ظرفیت نهایی نمونه‌ها را که از آزمایش و روابط تئوری بدست آمده‌اند، نشان می‌دهد.

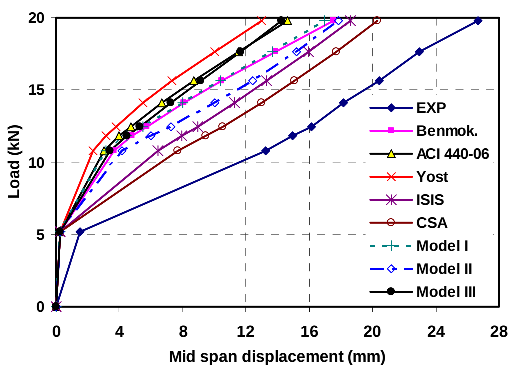
در این جدول سطح بار سرویس ٦٠٪ بار نهایی آزمایشگاهی درنظر گرفته شده است. شکل‌های (۱۲–۱۵) مقادیر خیز تجربی و تحلیلی برخی از نمونه‌ها را در محدوده‌ی بار سرویس نشان می‌دهند. نتایج نشان می‌دهند که در نسبت‌های آرماتور بالا، خیز به‌دست آمده از ACI 440-06 [12] نسبت به سایر روش‌ها کم‌تر است. هم‌چنین راهنمای طراحی ISIS و آیین‌نامه CSA کانادا نسبت به آیین‌نامه‌ی ACI 440 آمریکا خیز را به‌صورت محافظه‌کارانه‌تری تخمین می‌زنند.

جدول ۵ خلاصه مقادیر بار در حد سرویس و حد نهایی

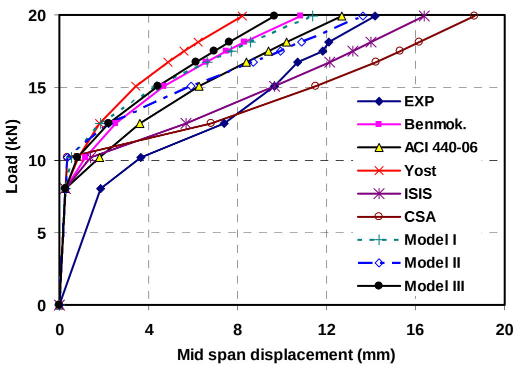
نمونه	بار نهایی تئوری (کیلونیوتن)	بار نهایی تجربی (کیلونیوتن)	بار حد سرویس (کیلونیوتن)
B1	33.2	33.5	20.1
B2	60.3	57.0	34.2
B3	69.2	56.4	33.8
B4	42.5	32.9	19.7
B5	78.8	86.0	51.6
B6	91.4	95.4	57.2
B7	44.7	38.0	22.8
B8	108.0	96.4	57.8
B9	126.6	112.1	67.3



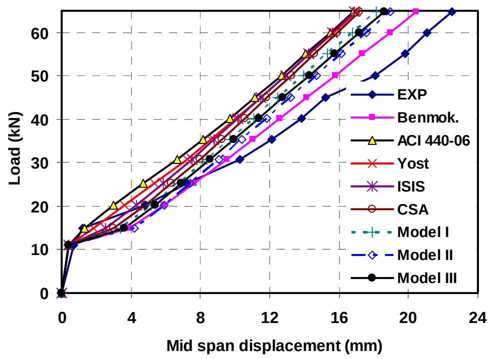
شکل ۱۲ مقایسه‌ی مقادیر تحلیلی و تجربی خیز نمونه‌ی B3



شکل ۱۳ مقایسه‌ی مقادیر تحلیلی و تجربی خیز نمونه‌ی B4



شکل ١٤ مقایسه‌ی مقادیر تحلیلی و تجربی خیز نمونه‌ی B7

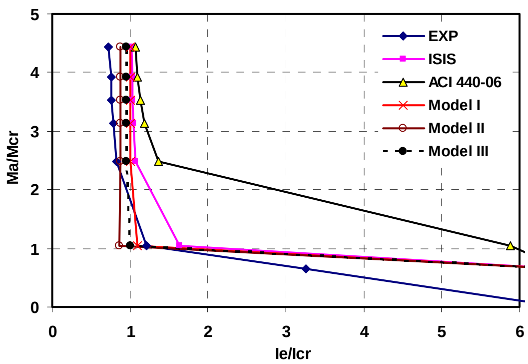


شکل ۱۵ مقایسه‌ی مقادیر تحلیلی و تجربی خیز نمونه‌ی B9

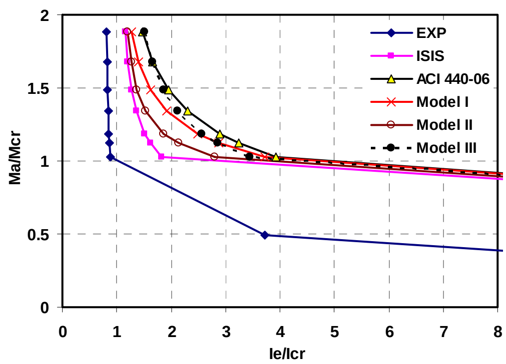
در تمام نمونه‌ها به‌جز نمونه‌های با ρ_f/ρ_{fb} کم‌تر از یک (نمونه‌ی B7)، نتایج حاصل از مدل‌های پیشنهادی I، II و III نسبت به مدل‌های یاست (Yost) و همکاران [11] و آیین‌نامه‌ی ACI 440-06 [12] به‌نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر می‌باشند. هم‌چنین مدل‌های پیشنهادی در نمونه‌های با مقدار ρ_f/ρ_{fb} بیش‌تر از ۲ (شکل‌های ۱۵ و ۱۲) نسبت به ISIS کانادا [17] نیز به‌تر جواب می‌دهند. قابل ذکر است که آیین‌نامه‌ها توصیه کرده‌اند که در طراحی تیرهای بتنی مسلح‌شده با میلگردهای FRP باید ρ_f/ρ_{fb} بیش‌تر از یک درنظر

گرفته شود تا مود شکست پارگی آرماتور رخ ندهد.

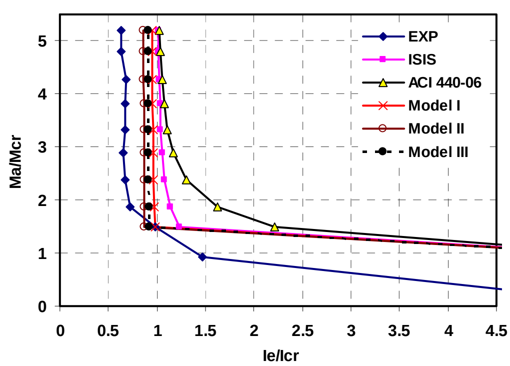
شکل‌های (۲۱-۱۶) تغییرات ممان اینرسی مؤثرتجربی و تحلیلی برخی از نمونه‌ها را نسبت به تغییرات نشان می‌دهند. این شکل‌ها نشان می‌دهند که بلافاصله پس از ترک‌خوردگی، ممان اینرسی مؤثر I_e به‌سرعت به ممان اینرسی ترک خورده I_{cr} نزدیک می‌شود. هم‌چنین در سطوح بالای بارگذاری، مقدار ممان اینرسی مؤثر I_e کم‌تر از ممان اینرسی ترک‌خورده I_{cr} خواهد شد. راهنمای طراحی ISIS کانادا [17] و آیین‌نامه‌ی ACI 440-06 آمریکا [12] ممان اینرسی مؤثر کم‌تر از I_{cr} را تخمین نمی‌زنند در حالی که روابط پیشنهادی می‌توانند مقادیر ممان اینرسی مؤثر سطح بارگذاری در محدوده‌ی بار سرویس کم‌تر از I_{cr} را تخمین بزنند. بنابراین، مقادیر ممان‌اینرسی مؤثر مدل‌های پیشنهادی به‌ویژه در نسبت‌های آرماتور زیاد و سطوح بالای بارگذاری به‌مقادیر تجربی نزدیک‌تر می‌باشند.



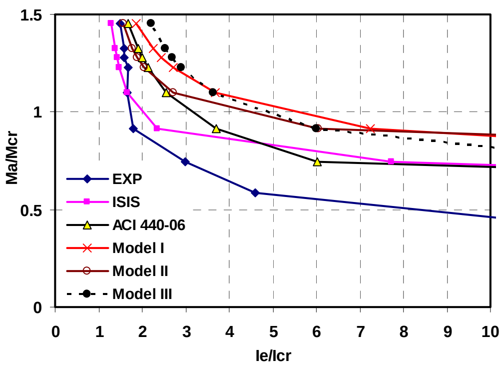
شکل ۱۶ مقایسه‌ی تغییرات I_e/ I_{cr} تجربی و تحلیلی در مقابل M_a/M_{cr} نمونه‌ی B2



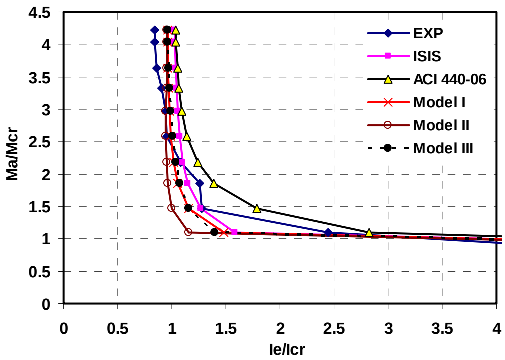
شکل ۱۷ مقایسه‌ی تغییرات I_e/ I_{cr} تجربی و تحلیلی در مقابل M_a/M_{cr} نمونه‌ی B4



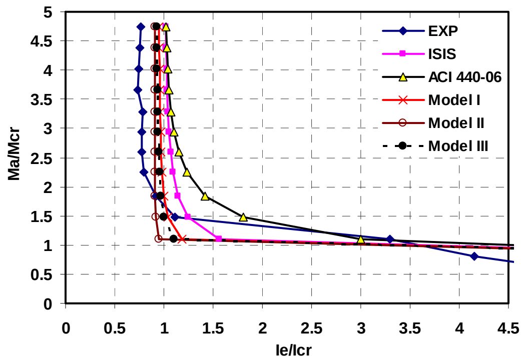
شکل ۱۸ مقایسه‌ی تغییرات I_e/ I_{cr} تجربی و تحلیلی در مقابل M_a/M_{cr} نمونه‌ی B6



شکل ۱۹ مقایسه‌ی تغییرات I_e/ I_{cr} تجربی و تحلیلی در مقابل M_a/M_{cr} نمونه‌ی B7



شکل ۲۰ مقایسه‌ی تغییرات I_e/I_{cr} تجربی و تحلیلی در مقابل M_a/M_{cr} نمونه‌ی B8



شکل ۲۱ مقایسه‌ی تغییرات I_e/I_{cr} تجربی و تحلیلی در مقابل M_a/M_{cr} نمونه‌ی B9

برای بررسی درستی روابط پیشنهادی، مطالعه‌ی آماری روی نسبت خیز محاسبه‌شده از مدل‌های مختلف به خیز آزمایشگاهی صورت گرفته است. مقادیر میانگین و انحراف از معیار داده‌ها در جدول (٦) درج شده‌اند. براساس این جدول، مدل‌هایی که دارای میانگین کم‌تر از یک هستند خیز را دست کم تخمین می‌زنند و غیرمحافظه‌کارانه‌اند. نتایج نشان می‌دهند که مدل‌های پیشنهادی خیز را به‌صورت محافظه‌کارانه و با دقت خوبی تخمین می‌زنند. این مدل‌ها در سطوح بالای بارگذاری و نسبت‌های آرماتور بالا دارای میانگین نزدیک به یک و انحراف معیار کمی هستند. این مقادیر نشان‌دهنده‌ی همبستگی خوب مدل‌های پیشنهادی با مقادیر آزمایشگاهی در مقایسه با سایر روش‌ها است. مقادیر این جدول نشان می‌دهند که مدل III نسبت به مدل‌های I و II دقیق‌تر است و خیز حاصل از این مدل نسبت به ACI 440-06 [12] تقریباً ۲۰ درصد بهبود را نشان می‌دهد. در بین سایر مدل‌ها نیز، روابط یاست (Yost) و همکاران [11]، هال (Hall) و قالی (Ghali) [18] و راهنمای طراحی ISIS کانادا [17] از دقت بالایی برخوردار هستند. براساس جدول (٦)، مدل آیین‌نامه‌ی ACI 440-06 [12] که میانگین مقادیر $\delta_{cal}/\delta_{exp}$ آن برای کل داده‌ها ۰/۷۹٤ می‌باشد غیرمحافظه‌کارانه است و خیز را حدوداً ۲۰ درصد کم‌تر از مقادیر آزمایشگاهی تخمین می‌زند. نتایج نشان می‌دهند که رابطه‌ی بیشُف (Bischoff) [4] در سال ۲۰۰۷ میلادی با میانگین ۰/۸٦۱ نسبت به رابطه‌ی اصلاح‌شده‌ی بیشُف و گروس (Gross) [16] در سال ۲۰۱۱ میلادی با میانگین ۰/۷٤۱ به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک‌تر است. هم‌چنین رابطه‌ی رافی (Rafi) و نَدجَی (Nadjai) [15] که به‌عنوان پیشنهاد برای اصلاح رابطه ACI 440-06 [12] ارائه شده است، نتایج به‌تری نسبت به آیین‌نامه‌ی ACI 440-06 نشان نمی‌دهد. هم‌چنین از مقایسه‌ی نتایج ACI 440-03 [7] و ACI 440-06 [12] مشاهده می‌شود که خیز به‌دست‌آمده از نسخه‌ی ACI 440-03 در نسبت‌های آرماتور بالا نسبت به نسخه‌ی ACI 440-06 به مقادیر جربی نزدیک‌تر است.

نتیجه گیری

این تحقیق با هدف بررسی تجربی و تحلیلی خیز تیرهای مسلح شده با میلگردهای FRP و ارائه‌ی مدل‌هایی بر مبنای نتایج آزمایشگاهی و رابطه‌ی برانسون برای ممان اینرسی مؤثر تیرهای مسلح‌شده با میلگردهای FRP انجام شده است. بدین منظور ۹ نمونه تیر با سه نوع مقاومت بتن و سه حالت میلگردگذاری آزمایش شده‌اند. به کمک الگوریتم ژنتیک مدل‌های پیشنهادی به‌گونه‌ای تخمین زده شده‌اند که کم‌ترین خطا را نسبت به داده‌های آزمایشگاهی داشته باشند. در این تحقیق از ٤۰۰ داده‌ی آزمایشگاهی موجود بار-تغییرمکان که از ٦٤ نمونه تیری مسلح‌شده با

میلگردهای FRP استخراج شده‌اند، استفاده شده است. ۷۸ داده‌ی از ٤۰۰ داده آزمایشگاهی مربوط به ۹ نمونه‌ی آزمایش شده توسط نویسندگان می‌باشد و سایر داده‌ها از مراجع دیگر استخراج شده‌اند. در این دامنه‌ی اطلاعاتی، تغییرات نوع میلگرد (کربن، شیشه و آرامید)، مدول الاستیسیته میلگرد (بین ۲٦ تا ۱٤۷ گیگاپاسکال)، نسبت آرماتور موجود به بالانس (ρ_f /ρ_{fb} بین ۰/۵۱ تا ۷/۷۵) و سطوح مختلف بارگذاری (M_{cr}/M_a بین ۰/۱ تا ۰/۹۷) وجود دارد. بنابراین، تغییرات پارامترهای تأثیرگذار در روابط پیشنهادی درنظر گرفته شده‌اند. هم‌چنین نتایج خیز تجربی با مقادیر به‌دست آمده از مدل‌های پیشنهادی و سایر روش‌های تحلیلی موجود مقایسه گردیده است. از بررسی روابط تحلیلی و داده‌های آزمایشگاهی نتایج زیر بدست می‌آید:

۱- در آیین‌نامه‌ی ACI 440-03 اثر مدول الاستیسیته‌ی میلگردهایFRP و در آیین‌نامه‌ی ACI 440-06 اثر نسبت آرماتور در رابطه‌ی برانسون وارد شده است. آزمایش‌ها نشان می‌دهند که آیین‌نامه‌ی ACI 440-06 در نمونه‌های با نسبت آرماتور کم نتایج به‌تری را نسبت به ACI 440-03 نشان می‌دهد ولی در نمونه‌های با نسبت‌های آرماتور بالا، نتایج آیین‌نامه‌ی ACI 440-03 به‌مقادیر تجربی نزدیک‌تر است.

۲- آزمایش‌ها نشان می‌دهند که نسبت آرماتور تأثیر زیادی بر خیز تیرها می‌گذارد و رابطه‌ی یاست(Yost) که هر دو اثر مدول الاستیسیته‌ی میلگردهایFRP و نسبت آرماتور را در ممان اینرسی مؤثر در نظر گرفته است، خیز را نسبت به مقادیر حاصل از آیین‌نامه‌های ACI 440-03 و ACI 440-06 ، به‌ترتیب، حدود ۳۳ و ۲۱ درصد بهبود بخشیده است.

۳- از میان روابط موجود برای تخمین خیز، روش آیین‌نامه‌ی CSA کانادا و راهنمای طراحی ISIS کانادا محافظه‌کارانه هستند در صورتی که آیین‌نامه‌های ACI 440-03 و ACI 440-06 خیز را دست‌کم تخمین می‌زنند.

٤- روابط پیشنهادی نویسندگان تقریباً اثر تمام پارامترهای تأثیرگذار همانند نسبت آرماتور، سطح بارگذاری، مقاومت بتن و مدول الاستیسیته‌ی مسلح‌کننده‌ها را در رابطه‌ی برانسون وارد کرده‌اند. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهند که این روابط در نسبت‌های آرماتور زیاد و سطوح بالای بارگذاری، نسبت به روابط آیین‌نامه‌ای و مدل‌های سایر پژوهش گران خیز را با دقت بالاتری تخمین می‌زنند. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهند که مدل‌های پیشنهادی I و III، رابطه‌ی هال و قالی، رابطه‌ی یاست (Yost) و راهنمای طراحی ISIS کانادا دارای به‌ترین نتایج از لحاظ میانگین و انحراف از معیار مقادیر $\delta_{cal}/\delta_{exp}$ نسبت به سایر روش‌ها می‌باشند. هم‌چنین مدل II در سطوح بالای بارگذاری و مدل I در نسبت‌های آرماتور بالا میانگین و انحراف معیار خوبی را در مقایسه با سایر روش‌ها نشان می‌دهند.

۵- سطح بارگذاری و نسبت آرماتور تأثیرگذارترین پارامترهای مؤثر بر خیز تیرهای مسلح‌شده با میلگردهای FRP می‌باشند. تأثیر مقاومت بتن بر خیز این تیرها به‌ویژه در تیرهای با نسبت آرماتور بالا، کم‌تر از دو پارامتر قبل می‌باشد. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش نسبت آرماتور و در سطوح بالای بارگذاری خیز به‌دست‌آمده از بیش‌تر روش‌ها به‌هم نزدیک می‌شوند. این پدیده در روش‌هایی اتفاق می‌افتد که حداقل ممان اینرسی مؤثر آن‌ها، ممان اینرسی ترک‌خورده I_{cr} می‌باشد. در سطوح بالای بارگذاری (مقادیر کم M_{cr}/M_a)، مقدار ممان اینرسی مؤثر I_e کم‌تر از ممان اینرسی ترک‌خورده I_{cr} خواهد شد و روابط پیشنهادی می‌توانند مقادیر ممان اینرسی مؤثر کم‌تر از I_{cr} را تخمین بزنند.

جدول ٦ مقایسه‌ی آماری نتایج خیز روش‌های مختلف تحلیلی با خیز تجربی

نسبت خیز محاسباتی به خیز تجربی $(\delta_{cal}/\delta_{exp})$						
	کل داده‌ها		سطوح بالای بارگذاری $M_a/M_{cr} \geq 4$		نسبت‌های آرماتور بالا $\rho_f/\rho_{fb} \geq 3$	
	میانگین	انحراف معیار	میانگین	انحراف معیار	میانگین	انحراف معیار
Branson (1965) & ACI 318-05-[3]	0.569	0.276	0.870	0.206	0.639	0.266
ACI 440.1R (2003)-[7]	0.673	0.266	0.894	0.209	0.742	0.242
ACI 440.1R (2006)-[12]	0.794	0.244	0.911	0.213	0.673	0.253
Benmokrane et al. (1996)-[6]	1.166	0.344	1.106	0.256	1.197	0.335
Yost et al. (2003)-[11]	0.999	0.290	0.929	0.216	0.925	0.251
ISIS Canada-[17]	1.030	0.310	0.917	0.215	0.966	0.319
Hall and Ghali, (2000)-[18]	0.928	0.252	0.910	0.214	0.888	0.278
Faza and Ganga Rao (1992)-[5]	0.980	0.308	0.912	0.212	0.936	0.293
Alsayed et al. (2000) – Model A-[1]	0.821	0.313	0.933	0.217	0.843	0.279
Alsayed et al. (2000) – Model B-[1]	0.951	0.336	0.935	0.218	0.882	0.310
Toutanji and Saffi (2000)-[14]	0.661	0.294	0.901	0.220	0.687	0.273
Bischoff (2007)-[4]	0.861	0.252	0.904	0.213	0.837	0.267
Bischoff and Gross (2011)-[16]	0.741	0.239	0.878	0.209	0.719	0.257
Rafi and Nadjai (2009)-[15]	0.783	0.236	0.913	0.191	0.646	0.230
CSA– S806 (2002)-[19]	1.067	0.313	0.932	0.218	0.983	0.323
Proposed equation – Model I	1.029	0.283	0.943	0.168	0.981	0.210
Proposed equation – Model II	1.122	0.305	0.965	0.157	1.142	0.237
Proposed equation – Model III	1.009	0.290	0.956	0.148	1.021	0.228

نشانه‌ها

$(I_e)_{exp}$: ممان اینرسی مؤثر تجربی

I_g : ممان اینرسی مقطع کل بدون آرماتور

I_{cr} : ممان اینرسی مقطع تبدیل‌یافته‌ی ترک‌خورده

ρ_f نسبت آرماتور موجود FRP

ρ_{fb} نسبت آرماتور بالانس FRP

P_{exp} بار اندازه‌گیری‌شده

δ_{exp} خیز اندازه‌گیری‌شده

d عمق مؤثر

A سطح مقطع میلگردهای کششی FRP

X_1 تا X_6 : متغیرهای طراحی بهینه‌سازی

f'_c : مقاومت فشاری بتن

E_f : مدول الاستیسیته‌ی میلگردهای FRP

E_c مدول الاستیسیته‌ی بتن

L طول کل دهانه‌ی تیر

L_a طول دهانه‌ی برشی

M_{cr} لنگر حد ترک‌خوردگی

M_a لنگر اعمالی

I_e ممان اینرسی مؤثر

مراجع

1. Alsayed S. H., Al-Salloum Y. A. and Almusallam T. H., "Performance of Fiber Reinforced Plastic Bars as a Reinforcing Material for Concrete Structures", *Composites: Part B*, Vol. 31, pp. 555-567, (2000).
2. American Concrete Institute (ACI), "Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary", ACI 318R-05, *ACI Committee 318*, Mich, 430 pp, (2005).
3. Branson, D. E., "Instantaneous and Time-Dependent Deflections of Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams," HPR Report No. 7, Part 1, Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads, Alabama, (Department of Civil Engineering and Auburn Research Foundation, Auburn University, Aug. 1963), (1965).
4. Bischoff P. H., "Deflection Calculation of FRP Reinforced Concrete Beams Based on Modifications to the Existing Branson Equation", ASCE, *Journal of Composites for Construction*, Vol. 11, No. 1, pp. 4-14, (2007).
5. Faza S. S. and Ganga Rao H. V. S., "Pre- and Post-Cracking Deflection Behavior of Concrete Beams Reinforced by Fiber Reinforced Plastic Rebars", *Proceedings of The First International Conference on the Use of Advanced Composite Materials in Bridges and Structures*, (ACMBS I), Montreal, Canadian Society for Civil Engineering, pp. 151-160, (1992).
6. Benmokrane B., Chaallal O. and Masmoudi R., "Flexural Response of Concrete Beams Reinforced with FRP Reinforcing Bar", *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 2, pp. 46-55, (1996).
7. American Concrete Institute (ACI), "Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars", ACI 440.1R-03, *ACI Committee 440*, Farmington Hills, Michigan, 42 pp, (2003).
8. Pecce M., Manfredi G. and Cosenza E., "Experimental Response and Code Models of GFRP RC Beams in Bending", ASCE, *Journal of Composites for Construction*, Vol. 4, No. 4, pp. 182-190, (2000).
9. Toutanji H., and Deng Y., "Deflection and crack-width prediction of concrete beams reinforced with glass FRP rods", *Construction and Building Materials*, Vol. 17, pp. 69-74, (2003).
10. Abdalla H. A., "Evaluation of Deflection in Concrete Members Reinforced with Fiber Reinforced Polymer (FRP) Bars", *Composite Structures*, Vol. 56, pp. 63-71, (2002).
11. Yost J. R., Gross S. P. and Dinehart D. W., "Effective Moment of Inertia for Glass Fiber-Reinforced Polymer-Reinforced Concrete Beams", *ACI Structural Journal*, Vol. 100, No. 6, pp. 732-739, (2003).
12. American Concrete Institute (ACI), "Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars", ACI 440.1R-06, *ACI Committee 440*, Farmington Hills, Michigan, 44 pp, (2006).
13. Mota C. and et al., "Critical Review of Deflection Formulas for FRP-RC Members", ASCE, *Journal of Composites for Construction*, Vol. 10, No. 3, pp. 183-194, (2006).

14. Toutanji H. and Saffi M., "Flexural Behavior of Concrete Beams Reinforced with Glass Fiber Reinforced Polymer (GFRP) Bars", *ACI Structural Journal*, Vol. 97, No. 5, pp. 712-719, (2000).
15. Rafi M. M. and Nadjai A., "Evaluation of ACI 440 Deflection Model for Fiber-Reinforced Polymer Reinforced Concrete Beams and Suggested Modification", *ACI Structural Journal*, Vol. 106, No. 6, pp. 762-771, (2009).
16. Bischoff P. H. and Gross S. P., "Design Approach for Calculating Deflection of FRP Reinforced Concrete", ASCE, *Journal of Composites for Construction*, Vol. 15, No. 4, pp. 490-499, (2011).
17. Rizkalla S. and Mufti A., "Reinforcing Concrete Structures with Fiber Reinforced Polymers", ISIS Canada: Design Manual No.3, The Canadian Network of Centers of Excellence on Intelligent Sensing for Innovative Structures, Winnipeg, Manitoba, Canada, 207 pp, (2001).
18. Hall T. and Ghali A., "Long-Term Deflection Prediction of Concrete Members Reinforced with Glass Fiber Reinforced Polymer Bars", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 27, pp. 890-898, (2000).
19. Canadian Standard Association (CSA), "Design and Construction of Building Components with Fiber-Reinforced Polymers", Concrete Design Handbook, *CSA-S806-02*, Toronto, Ontario, Canada, 177 pp, (2002).
20. Alsayed S. H., "Flexural behaviour of Concrete Beams Reinforced with GFRP Bars", *Cement and Concrete Composites*, Vol. 20, pp. 1-11, (1998).
21. Hall T. S., "Deflection of Concrete Members Reinforced with Fiber Reinforced Polymer (FRP) Bars", MS Thesis, Department of civil engineering, The university of Calgary, Calgary, Alberta, Canada, 293 pp, (2000).
22. Rafi, M. M., Nadjai, A., Ali, F. and Talamona, D., "Aspects of Behaviour of CFRP Reinforced Concrete Beams in Bending", *Construction and Building Materials*, Vol. 22, pp. 277-285, (2008).
23. Barris C. and et al., "An experimental study of the flexural behaviour of GFRP RC beams and comparison with prediction models", *Composite Structures*, Vol. 91, pp. 286-295, (2009).
24. Oh H., Moon D. Y., and Zi G., "Flexural Characteristics of Concrete Beams Reinforced with a New Type of GFRP bar", *Polymers & Polymer Composites* , Vol. 17, No. 4, pp. 253-264, (2009).
25. Rasheed H. A. Nayal R., and Melhem H., "Response Prediction of Concrete Beams Reinforced with FRP Bars", *Composite Structures*, Vol. 65, pp. 193-204, (2004).